

南昌航空大学 2011 —2012 学年第二学期期末考试

课程名称: 信息论与编码

闭卷

A 卷

120 分钟

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	合计
满分	20	10	10	10	10	5	15	10	10	100
实得分										

评阅人	得分

一、填空题（每空 2 分，共 20 分）

- 1、对于 n 元 m 阶马尔可夫信源，其状态空间共有 n^m 个不同的状态。
- 2、根据信道输入端与输出端的关系，可将信道分为 无反馈 信道以及 反馈 信道。
- 3、对于二元序列 0111000001111100111100000111111，其相应的游程码序列是 13652456。
- 4、信息率失真函数即：试验信道中的平均互信息量的 最小值。
- 5、根据输入输出信号的特点，可将信道分成离散信道、连续信道、半离散或半连续信道。
- 6、随机编码的一个样本是一个 具体编码。
- 7、最大先验概率译码又称为 最大似然 译码。

评阅人	得分

二、简答题（每题 5 分，共 10 分）

1、解释允许实验信道。

答：允许实验信道就是将信源编码假想成信道（1 分），在规定失真限的情况下，（3 分）所有使得平均失真不大于失真限的信源编码对应的假想信道的全体。（5 分）

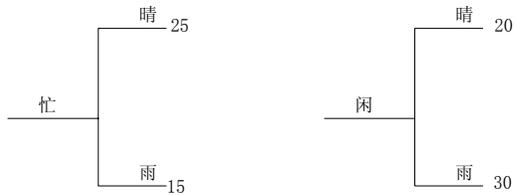
2、简述信道正（反）编码定理。

答：对于某确定的均匀分布的信源与离散无记忆信道，（1 分）只要码率 R 小于信道容量 C ，（3 分）总存在一组编译码函数，可以以所要求的任意小的差错概率实现可靠的通信。（4 分）

信道反编码定理：条件同正编码定理，如果 $R > C$ ，就不可能有任何一种编译码能使差错概率任意小。（5 分）

评阅人	得分

三（10分）对某城市进行交通忙闲的调查，并把天气分成晴、雨两种状态，气温分成冷、暖两个状态，调查结果得联合出现的相



对频度如下：

若把这些频度看作概率测度（即频率作为概率），求：

(1) 忙、闲的无条件熵；(2) 天气状态已知时忙、闲的条件熵。

解：(1) 令 $X=1$ 表示交通忙； $X=0$ 表示交通闲。（1分）

因为总天数为 90，忙天数为 40，闲天数为 50，因此

$$P(X=1) = 4/9, P(X=0) = 5/9 \quad (2分)$$

忙、闲的无条件熵为

$$H(X) = H(4/9, 5/9) = 4/9 \log 9/4 + 5/9 \log 9/5 = 2 \log 3 - 8/9 - 5/9 \log 5$$

(4分)

(2) 设 $Y=1$ 表示天气晴， $Y=0$ 表示天气雨。（5分）

据已知， $H(X, Y) = 25/90 \log 90/25 + 15/90 \log 90/15 + 20/90 \log 90/20 + 30/90 \log 90/30 = 2/9 + 3/2 \log 3 - 5/18 \log 5$ (7分)

$$H(Y) = 45/90 \log 90/45 + 45/90 \log 90/45 = 1 \quad (9分)$$

则所求为 $H(X|Y) = H(X, Y) - H(Y) = -7/9 + 3/2 \log 3 - 5/18 \log 5$ (10分)

评阅人	得分

四、(10分) 设某信道的转移概率矩阵为

$$\begin{matrix} & b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ a_1 & \left[\begin{matrix} 3/8 & 3/8 & 1/8 & 1/8 \end{matrix} \right] \\ a_2 & \left[\begin{matrix} 1/8 & 1/8 & 3/8 & 3/8 \end{matrix} \right] \end{matrix}$$

试求：(1) 该信道的信道容量 C ；(2) 用原始概念求达到信道容量时的 $I(a_1; Y)$ 。

解：(1) 该信道为对称信道（2分），因此当入口分布为均匀分布时（3分），输出分

布也为均匀分布，此时达到信道容量：

$$C = \max_{P_X} I(X; Y) \quad (4 \text{ 分}) = \log 4 - H(3/8, 3/8, 1/8, 1/8) \quad (5 \text{ 分})$$

$$= 2 - 6/8 \log 8/3 - 1/4 \log 8 = -1 + 3/4 \log 3 \quad (6 \text{ 分})$$

$$(2) I(a_1; Y) = p(b_1 | a_1) I(a_1; b_1) + p(b_2 | a_1) I(a_1; b_2) + p(b_3 | a_1) I(a_1;$$

$$b_3) + p(b_4 | a_1) I(a_1; b_4) \quad (8 \text{ 分})$$

$$\text{因为 } I(a_1; b_1) = \log \frac{p(b_1 | a_1)}{p(b_1)} = \log \frac{3/8}{1/4} = \log \frac{3}{2} = I(a_1; b_2)$$

$$I(a_1; b_3) = \log \frac{p(b_3 | a_1)}{p(b_3)} = \log \frac{1/8}{1/4} = -1 = I(a_1; b_4)$$

$$I(a_1; Y) = 6/8 \log \frac{3}{2} + 2/8 \times (-1) = 3/4 \log 3 - 1 \quad (10 \text{ 分})$$

评阅人	得分

五、(10分) 设有信源

$$\begin{pmatrix} X \\ P(X) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 & a_6 & a_7 \\ 0.3 & 0.2 & 0.19 & 0.11 & 0.1 & 0.05 & 0.05 \end{pmatrix}$$

编二进制哈夫曼码。并以此例说明哈夫曼码的虚拟符号放在实际符号之上的优点。

解：哈夫曼码表：

概率码	概率码	概率码	概率码	概率	码
0.3 01	0.3 01	0.3 01	0.3 00	0.4	1
0.2 11	0.2 11	0.2 10	0.3 01	0.3	00
0.19 000	0.19 000	0.2 11	0.2 10	0.3	01
0.11 001	0.11 001	0.19 000	0.2 11		
0.1 101	0.1 100	0.11 001			
0.05 1000	0.1 101				
0.05 1001					
概率码	概率码				
0.6 0					

0.4	1	
-----	---	--

(8分)

哈夫曼码的虚拟符号放在实际符号之上的优点是可以降低码长方差。(10分)

评阅人	得分

六. (5分) 某二元信源 $\begin{pmatrix} X \\ P(X) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1/2 & 1/2 \end{pmatrix}$, 其失真矩阵为 $D = \begin{bmatrix} 0 & \alpha \\ \alpha & 0 \end{bmatrix}$

求此信源的 D_{\max}, D_{\min} .

解: 据概念 $D_{\min} = 0$ (2分), $D_{\max} = \min_i p_i d_{ij}$ (4分) $= \min(\frac{1}{2}\alpha, \frac{1}{2}\alpha) = \frac{1}{2}\alpha$ (5分)

评阅人	得分

七. (15分) (15分) 一个二元线性分组码消息与码字的对应关系如下:

(00) → (00000), (01) → (01011), (10) → (11110), (11) → (10101)

(1) 求该码的码率和码距; (2) 求该码的生成矩阵和校验矩阵;

(3) 增加一个奇偶校验位, 求所有码字, 并写出其校验阵。

解: (1) 码长 $N=5$, 码体积为 4, 码率为 $R = \frac{1}{N} \log M = \frac{1}{5} \log 4 = \frac{2}{5}$ (2分)

最小码距: 因为线性码码距=码重, 而 $w(01011)=3, w(11110)=4, w(10101)=3$, 因此 $w(C) = d(C) = 3$. 即码距为 3. (4分)

(2) 生成阵

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad (7分)$$

系统生成阵: $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ (9分)

校验阵: $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ (11分)。

(2) 增加奇偶校验位后码字集为 $C = \{000000, 010111, 111100, 10101\}$ (13分)

其校验阵：
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$
. (15分)

评阅人	得分

八. (10分) 码长为 7 的循环码的生成多项式为

$$f(x) = x^3 + x^2 + 1$$

求其生成阵与校验阵。说明它是完备码。

解：生成阵为：

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3分)$$

系统化：

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (5分)$$

因此校验阵为：
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$
 (7分)

因为校验阵中每一列对应三位二进制数的所有非零元，因此它是二元汉明码，因此它也是完备码。(10分)

评阅人	得分

九. (10分) 设二元线性分组码 C 的校验阵为

$$H = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

试用伴随式法对 111011 进行译码。并从伴随式和校验阵两个方面说明 C

的纠错能力。

解：伴随式表：

陪集头	伴随式
000000	000
100000	010
010000	100
001000	111
000100	011
000010	101
000001	001
110000	110

(4分)

因为 $S(111011) = 101$ ，对应陪集头：000010 因此 111011 译为

$$111011 - 000010 = 111001 \quad (6分)$$

从伴随式看：所有的重量为 1 的字均是陪集头，说明差错数目为 1 的码字均可以纠；而因为 $S(110000) = S(000110) = 110$ ，因此存在差错数目为 2 的不可纠。总之纠错能力为 1。(8分)

从校验阵看：因为 H 的任意两列均无关，存在 2,3,4 列相关，因此 C 的码重（码距）

为 3，纠错能力为 $\lfloor \frac{3-1}{2} \rfloor = 1$ 。(10分)

编辑：邹群

地址：瀚海网 (<http://hanhai.org>)

邮箱：jxzouq@126.com

2013. 9. 20