

南昌航空大学 2008 — 2009 学年第一学期期末考试

课程名称: 信息论与编码 闭卷 A 卷 120 分钟

题号	一	二	三	四	五	六	七	合计
满分	30	10	10	15	15	15	5	100
实得分								

评阅人	得分

一、选择题（每题 3 分，共 30 分）

1. 关于信源的分类，正确的是 (D)

(A)连续信源也称为波形信源 (B)马尔可夫信源是无记忆信源
(C)离散信源必为无记忆信源 (D)存在非离散非连续的信源
2. 下面哪一组量全都不是信息量 (B)

(A) 自信息, 码率, 平均失真 (B) 码率, 平均失真, 冗余度
(C) 码率, 自信息, 冗余度 (D) 码率, 信息率, 冗余度
3. 下列哪部分不是通信系统必需的 (D)

(A)信源 (B) 信宿 (C) 信道 (D)交错
4. 设码字集为 $C = \{01, 101, 1000, 10010, 100001\}$, 则它是 (C)

(A)即时码 (B)唯一可译码
(C)非唯一可译码 (D) 以上都不对
5. 信道编码的目的是 (B)

(A) 在无失真的情况下尽可能压缩信息率 (B)在无失真的情况下尽可能多地传信息
(C)在限失真的情况下尽可能压缩信息率 (D)在限失真的情况下尽可能多地传信息
6. Q 进制 (N,K) 分组码中, 下列哪中方法可以减小码率 (C)

(A)Q,N 不变增大 K (B) Q,K 不变减小 N
(C) Q,K 不变增大 N (D)Q,N 增大同样的倍数。

重修标记 姓名 学号 班级

7. 关于冗余度，下列说法不正确的是 (B)
- (A) 信源符号分布越均匀，编码时越有利于降低冗余度
 (B) 信源符号间的相关性越大，编码时越有利于降低冗余度
 (C) 对信源的概率特性越明确，编码时越有利于降低冗余度
 (D) 信道编码需要加入一定的冗余信息以增加冗余度
8. 对码集的纠错能力有直接影响的是 (C)
- (A) 码集的“体积” (B) 码重 (C) 码距 (D) 码长
9. 下列码中哪一个 是 信 源 码 (A)
- (A) 算术码 (B) BCH 码 (C) 汉明码 (D) 卷积码
10. 信息率失真函数 $R(D)$ 的性质正确的是 (A)
- (A) $R(D)$ 是连续下凸的严格减函数 (B) $R(D)$ 是连续上凸的严格减函数
 (C) $R(D)$ 是连续下凸的严格增函数 (D) $R(D)$ 是非连续下凸的严格减函数

评阅人	得分

二、简答题 (10 分, 每题 5 分)

1. 简单叙述一下无失真信源编码与限失真信源编码的应用范围 (至少各举两例)。
 答: 无失真编码一般用于对信号保真要求比较高的方面, 如: 汉字编码, 程序编码等。
 限失真编码一般用于对信号的保真要求相对低一些的方面, 如: 视频编码, 音频编码, 图象编码等。

2. 简要说明分组码与非分组码的优缺点。
 答: 分组码的优点是编译简单易实现, 错误不易扩散; 缺点是概率匹配一般。非分组码的优点是概率匹配相当好, 但是编译复杂, 且错误易扩散。

评阅人	得分

- 三. (10 分) 设有一非均匀骰子, 若其任一面出现的概率与该面上的点数成正比, 试求各点出现时所给出的信息量, 并求扔一次平均得到的信息量。
 解: 据已知, 得扔一非均匀骰子形成得信源 X

$$\begin{bmatrix} X \\ P(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1, & 2, & 3, & 4, & 5, & 6 \\ \frac{1}{21}, & \frac{2}{21}, & \frac{3}{21}, & \frac{4}{21}, & \frac{5}{21}, & \frac{6}{21} \end{bmatrix} \quad \sum_{i=1}^6 P(x) = 1 \quad (2 \text{分})$$

得各点出现时所给出的信息量为

$$I(x=1) = -\log \frac{1}{21} \approx 4.39 \quad \text{比特} \quad I(x=2) = -\log \frac{2}{21} \approx 3.39 \quad \text{比特} \quad (4 \text{分})$$

$$I(x=3) = -\log \frac{3}{21} \approx 2.81 \quad \text{比特} \quad I(x=4) = -\log \frac{4}{21} \approx 2.39 \quad \text{比特} \quad (6 \text{分})$$

$$I(x=5) = -\log \frac{5}{21} \approx 2.07 \quad \text{比特} \quad I(x=6) = -\log \frac{6}{21} \approx 1.81 \quad \text{比特} \quad (8 \text{分})$$

而扔一次平均得到得信息量为

$$H(X) = E[I(x)] = \sum_{i=1}^6 P(x)I(x) = -\sum_{i=1}^6 P(x) \log P(x) \approx 2.40 \quad \text{比特/符号} \quad (10 \text{分})$$

评阅人	得分

四、(15分) 已知一个信源包含八个符号消息, 它们的概率分布如下表

A	B	C	D	E	F	G	H
0.1	0.18	0.4	0.05	0.06	0.1	0.07	0.04

对八个符号作二进制码元的霍夫曼编码, 写出各代码组, 并求出平均码长。

解: 霍夫曼编码码表如下

概率	码	概率	码	概率	码	概率	码	概率	码
C:0.4	0	0.4	0	0.4	0	0.4	0	0.4	0
B:0.18	110	0.18	110	0.18	110	0.19	111	0.23	10
A:0.1	100	0.1	100	0.13	101	0.18	110	0.19	111
F:0.1	1111	0.1	1111	0.1	100	0.13	101	0.18	110
G:0.07	1011	0.09	1110	0.1	1111	0.1	100		

E:0.06	1010	0.07	1011	0.09	1110		
D:0.05	11101	0.06	1010				
H:0.04	11100						

(3分)

(5分)

(6分)

(7分)

(8分)

概率	码	概率	码
0.4	0	0.6	1
0.37	11	0.4	0
0.23	10		

(9分)

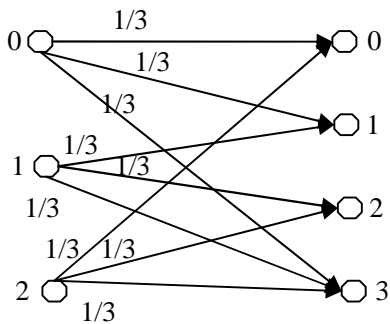
(10分)

各符号对应的码组如下： A-100； B-110； C-0； D-11101； E-1010； F-1111； G-1011； H-11100。(12分)

平均码长 $N = \sum P_i N_i = 0.4 \times 1 + 0.28 \times 3 + 0.23 \times 4 + 0.09 \times 5 = 2.61$ (15分)

评阅人	得分

五. (15分) 求下图中 DMC 信道的信道容量。如果输入分布为 $\{p(x=0)=1/2, p(x=1)=1/4, p(x=2)=1/4\}$ ，试求输入的信息熵和经过该信道的输入、输出间的平均互信息量。



解：由图可知，该信道的转移概率矩阵如下

$$\begin{pmatrix} 1/3 & 1/3 & 0 & 1/3 \\ 0 & 1/3 & 1/3 & 1/3 \\ 1/3 & 0 & 1/3 & 1/3 \end{pmatrix}$$

该信道是一个准对称信道，可分解为两个对称的部分

$$\begin{pmatrix} 1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 1/3 & 1/3 \\ 1/3 & 0 & 1/3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/3 \\ 1/3 \\ 1/3 \end{pmatrix} \quad (2 \text{分})$$

则 $C = \log 3 - H(1/3, 1/3, 1/3) - 2/3 \log 2/3 - 1/3 \log 1 = -2/3 \log 3/2 \text{bits}$ (4分)

当 $p(x=0) = 1/2, p(x=1) = 1/4, p(x=2) = 1/4$ 时:

$$H(X) = - \sum_x p(x) \log_2 p(x) = 3/2 \text{ bits} \quad (6 \text{分})$$

又因为 $H(Y) = - \sum_y p(y) \log_2 p(y) = 1 + 1/6 \log 6 + 1/3 \log 3$

$$\begin{aligned} H(XY) &= - \sum_{xy} p(xy) \log_2 p(xy) \quad (8 \text{分}) \\ &= \log 6 + 1/2 \end{aligned}$$

所以 $I(X, Y) = H(X) + H(Y) - H(XY) = 7/6 - 1/2 \log 3$ (10分)

评阅人	得分

六. (15分) 设二元 (7, 4) 线性分组码的生成矩阵

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

给出该码的校验矩阵并写出所有的伴随式和与之相对应的陪集首。若接收向量 $v = (0001011)$ ，试计算出其对应的伴随式 S 并按照最小距离译码准则对其译码。

解：据生成阵的形式，可得该码的校验矩阵为

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (5 \text{分})$$

因为二元 (7, 4) 码的纠错范围是 7 个一位错，所以各陪集首和与之相对应的 S 如下：

- | | | | |
|---------------|-----------|---------------|-----------|
| $e = 0000001$ | $S = 101$ | $e = 0000010$ | $S = 111$ |
| $e = 0000100$ | $S = 011$ | $e = 0001000$ | $S = 110$ |
| $e = 0010000$ | $S = 001$ | $e = 0100000$ | $S = 010$ |

$$e = 1000000 \text{---} S=100 \quad (12 \text{ 分})$$

当 $V=0001011$ 的时候, $S=100$, 对照最小距离译码准则与 S 和 e 之间的关系表, 可知, $e=1000000$ 。(14 分) 所以 $C = e + V = 1001011$ (15 分)

七. (5 分) 证明: 最优译码与最大似然译码在所有码向量的输入概率相同时等价.

证明: 设输入与输出符号集为 $\{0, 1, 2\}$, 且设码字集为

$$C = \{\bar{c}_1, \bar{c}_2, \dots, \bar{c}_n\} \quad (1 \text{ 分})$$

且码字为等概分布, 故每个码字的概率为 $1/n$.

设收到的码字为 \bar{r} 。因为

$$P(\bar{c}_i | \bar{r}) = P(\bar{c}_i)P(\bar{r} | \bar{c}_i) / P(\bar{r}) = P(\bar{r} | \bar{c}_i) / nP(\bar{r}) \quad (3 \text{ 分})$$

此时 $nP(\bar{r})$ 为定值。故 $P(\bar{c}_i | \bar{r})$ 与 $P(\bar{r} | \bar{c}_i)$ 相差一个固定的常数。所以 $P(\bar{c}_i | \bar{r})$ 取得最大值当且仅当 $P(\bar{r} | \bar{c}_i)$ 取得最大值。(4 分) 即最优译码与最大似然译码在所有码向量的输入概率相同时等价。(5 分)

(<http://hanhai.org>)

编辑: 邹群

地址: 瀚海网

邮箱: jxzouq@126.com

2013. 9. 20